

Tema 4 : Variables aleatorias. Distribuciones discretas y continuas

1. Se ha comprobado empíricamente que la variable $X =$ “Número de hembras en un grupo de monos aulladores” viene determinada por la siguiente tabla:

x	1	2	3	4	5
$f(x)$	0.1	0.15	0.5	0.15	s

- Se pide: *a)* Calcula el valor de s para que, efectivamente, f sea una función de probabilidad. *b)* Calcula $P(X \leq 3)$ y $P(X \leq 4,5)$. *c)* Calcula la media, varianza y los coeficientes de asimetría y curtosis de la v.a. X . ¿La distribución es asimétrica?, ¿es más apuntada que la normal?
2. En cierto juego, el jugador A lanza 6 dados y gana si obtiene al menos un “6”, mientras que el jugador B lanza 12 dados y gana si obtiene al menos dos “6”. ¿Quién tiene mayor probabilidad de ganar?
3. Una compañía de seguros de accidentes considera que una proporción de 0.001 de la población sufre cierto tipo de accidente al año. ¿Cuál es la probabilidad de que a lo sumo 3 asegurados con la compañía sufran esta clase de accidente en un año dado si la compañía tiene aseguradas a 10000 personas (seleccionadas al azar de la población)?
4. Un lepidopterista desea capturar un ejemplar de cierta clase de mariposa que se encuentra en un porcentaje del 15%. Halla la probabilidad de que tenga que capturar 10 mariposas de otra clase antes de cazar: *a)* Un ejemplar de la clase deseada; *b)* Tres ejemplares de la clase deseada.
5. Consideremos tres formas posibles de declarar inocente o culpable a un reo. En la primera, un único juez decide, con probabilidad $p = 0,9$ de tomar la decisión correcta. En la segunda, se decide por mayoría de las tres personas de un jurado. De ellas, dos son responsables y toman la decisión correcta con probabilidad $p = 0,9$, y la otra es un irresponsable que absuelve o condena de acuerdo con el resultado del lanzamiento de una moneda. En la tercera, se decide por mayoría de un jurado de 15 personas que deciden independientemente, cada una de las cuales toma la decisión correcta con probabilidad $p = 0,8$. ¿Con cuál de estos tres procedimientos es mayor la probabilidad de tomar la decisión correcta?
6. Un empleado de un banco sustituye cautelosamente un billete legal por uno falso en cada fajo de cien billetes. Si el interventor del banco toma un billete al azar de cada uno de los 50 fajos. ¿Cuál es la probabilidad de que tope con un billete falso?
7. De los 50 representantes de cierto Estado en una convención política, 30 apoyan al candidato A y 20 al candidato B . Si se seleccionan aleatoriamente 5 representantes, ¿cuál es la probabilidad de que entre estos 5, al menos 2 apoyen al candidato A ?
8. En un animalario de un laboratorio hay diez ratas. Tres de ellas poseen una malformación en la columna vertebral. Si escogemos cuatro al azar, ¿cuál es la probabilidad de que nos encontremos con alguna de estas tres ratas?
9. De los 40 alumnos que hay en clase 25 son repetidores. Si escogemos 3 alumnos al azar, ¿cuál es la probabilidad de que al menos uno sea repetidor?
10. El promedio de partículas radioactivas que pasan por un contador durante un milisegundo es 4. Se pide: *a)* ¿Cuál es la probabilidad de que en un determinado milisegundo pasen 6 partículas por el contador? *b)* ¿Cuál es la probabilidad de que en cierto segundo pasen entre 3975 y 4050 partículas?

11. Determinada variable aleatoria X viene definida por la siguiente función de densidad:

$$f(x) = \frac{k}{x^2} \quad \text{si } 1 < x < 2.$$

- a) ¿Cuál es el valor de k ?
 - b) ¿Cuál es la media y la varianza de la variable aleatoria X ?
 - c) ¿Cuál es su función de distribución?
 - d) Calcula $P(1,0 < X \leq 1,5)$ y $P(X = 1,6)$.
12. El peso de las personas de cierta población se distribuye normalmente con media 72 kg. y desviación típica 10 kg. Cuatro personas entran en un ascensor cuya carga máxima es de 350 kg. ¿Cuál es la probabilidad de que entre las cuatro superen esa carga máxima?
13. Con la misma distribución de los pesos del problema anterior, dos personas quieren jugar en una palanca en un jardín. Suponiendo que podrían hacerlo si los dos difieren en menos de 5 kg. de peso, calcula la probabilidad de que esto ocurra.
14. La anchura en mm., X , de los coleópteros de cierta población sigue una distribución normal $N(\mu, \sigma)$, y se sabe que $P(X \leq 12) = 0,77$ y $P(X > 7) = 0,84$. Se pide: (a) Valores de μ y σ ; (b) Proporción de coleópteros de esta población con anchura entre 8 y 10 mm.; (c) Valor de x que verifica $P(X > x) = 0,95$.
15. La probabilidad de presentar determinada característica genética en una población es de $1/20$.
- a) Tomando una muestra de ocho individuos, calcular la probabilidad de que tres individuos presenten la característica.
 - b) Tomando una muestra de 80 personas, ¿cuál es la probabilidad de que aparezcan más de cinco individuos con esta característica?
16. El tiempo de vida de los habitantes de una determinada población humana se asimila aproximadamente a una variable aleatoria, ξ , cuya función de densidad es
- $$f(x) = \frac{1}{64} \exp\left(-\frac{x}{64}\right) \quad \text{si } x > 0.$$
- a) Determina la función de distribución de ξ , y la vida media de los individuos de esta población.
 - b) ¿Cuál es la probabilidad de que un individuo de 50 años llegue a los 65?
 - c) ¿Cuál es la probabilidad de que la vida media de los 100 habitantes de un barrio de esta población sea mayor o igual que 66 años?
17. La densidad del suelo se define como la masa de materia sólida seca por unidad de volumen. Una densidad elevada implica un suelo compacto con escasos poros. Esta densidad es un factor importante para el crecimiento de las raíces, la siembra precipitada y la ventilación. Sea X la densidad de la tierra arcillosa Pima. Los estudios demuestran que X tiene una distribución normal con $\mu = 1,5$ y $\sigma = 0,2$ g/cm³.
- a) Halla la probabilidad de que X esté comprendida entre 1,1 y 1,9.
 - b) Halla la probabilidad de que tomando de forma aleatoria una muestra de tierra arcillosa Pima, ésta tenga una densidad menor que 0,9 g/cm³.
 - c) ¿Estaría sorprendido si una muestra de este tipo de tierra, seleccionada aleatoriamente, tuviese una densidad por encima de 2,0 g/cm³? Razona la respuesta.
18. El número medio de erupciones volcánicas en Tenerife es de 1.1 cada siglo.
- a) ¿Cuál es la probabilidad de que en el siglo XXI se registren exactamente 2 erupciones volcánicas en Tenerife?, ¿y al menos 1 erupción volcánica?
 - b) Según esto, en los próximos 5000 años, cuál es la probabilidad de que se produzcan 50 o más erupciones volcánicas?